***Практичне заняття***

***Тема:*** Формули зведення

***Мета:*** Повторити основні тригонометричні формули і співвідношення; відпрацювати навички використання формул зведення; сформувати вміння студентів застосовувати вивчені формули зведення для спрощення тригонометричних виразів та обчислень.

**План заняття:**

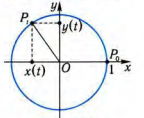
**1. Основна тригонометрична тотожність та наслідки з неї.**

**2. Види кутів, для яких встановлено формули зведення.**

1. **Формули зведення для синуса.**
2. **Формули зведення для косинуса.**
3. **Формули зведення для тангенса і котангенса.**

**1. Основна тригонометрична тотожність та наслідки з неї.**

Знайдемо зв’язок між синусом і косинусом того cамого аргументу. Нехай – точка тригонометричного кола, яка відповідає числу ***t*** (рис.1)



***Рис.1***

Тоді, за означенням синуса і косинуса, маємо такі рівності:

Оскільки точка належить тригонометричному колу, то її координати задовольняють ***рівняння кола*** ***.***

Отже, для довільного ***t*** справджується рівність:

***=1***

Ця рівність називається ***основною тригонометричною тотожністю.***

До основних співвідношень між тригонометричними функціями одного аргументу відносять також рівності:

З наведених вище рівностей випливають інші залежності між тригонометричними функціями одного і того самого аргументу:

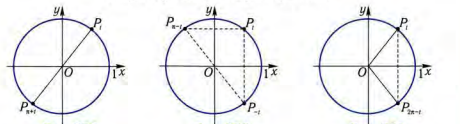
**2. Види кутів, для яких встановлено формули зведення.**

Існують формули, які зводять обчислення значень тригонометричних функцій для довільного аргументу до обчислення їхніх значень на проміжку

**[0; .** Ці фомули називають ***формулами зведення.***

Формули зведення грунтуються на означеннях тригонометричних функцій і властивостях геометричних перетворень – ***поворотів.***

Розглянемо на тригонометричному колі точку (рис.2).



***Рис.2 Рис.3 Рис.4***

Точку можна одержати з точки за допомогою повороту на кут **.** Тому точки ісиметричні відносно початку координат. Їхні координати – протилежні числа. Отже, мають місце наступні формули:

Точки **,** симетричні відносно осі ординат. (рис.3) Вони мають однакові ординати ***(у)*** і протилежні абсциси ***(х).*** Це випливає з того, що точки  **і** симетричні відносно осі абсцис, а точка  **і** симетричні відносно початку координат. Тому справджуються наступні формули:

Точки  **і** збігаються (***2 – повний оберт!***)(рис.4), тому точки  **і** симетричні відносно осі абсцис, у них однакові абсциси і протилежні ординати. Відповідні формули мають такий вигляд:

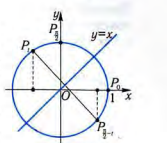
***sin(2***

Оскільки точки **і** збігаються, то справджуються наступні формули:

* **Головною особливістю наведеної групи формул є те, що вони стосуються лише однієї тригонометричної функції. Існує ще одна група формул зведення для синуса і косинуса. Вона відрізняється тим, що в кожній формулі містяться обидві тригонометричні функції.**

Обгрунтуємо формули, в яких до аргументу додаються .

Візьмемо дві точки (рис.5)



***Рис.5***

Вони симетричні одна одній відносно бісектриси першого і третього координатних кутів. Щоб побудувати точку **,** потрібно рухатись по колу від точки на відстань у певному напрямі. Щоб побудувати точку **,** треба на таку саму відстань рухатись по колу від точки  **,** але у протилежному напрямі. При цьому точки **і** при будь-якому ***t*** залишатимуться симетричними відносно зазначеної прямої ***(у=х).*** Звідси випливає, що ордината першої точки збігається з абсцисою другої, а її абсциса – з ординатою другої, тобто:

Для тангенса і котангенса кількість формул зведення можна зменшити, звести до цих функцій аргументу з проміжку **[0; .** Справді, кожній точці на лінії тангенсів чи лінії котангенсів відповідає безліч чисел тому тангенс і котангенс для набувають того самого значення:

Отже, для переходу до тангенса чи котангенса гострого кута достатньо знати формули тангенса і котангенса для

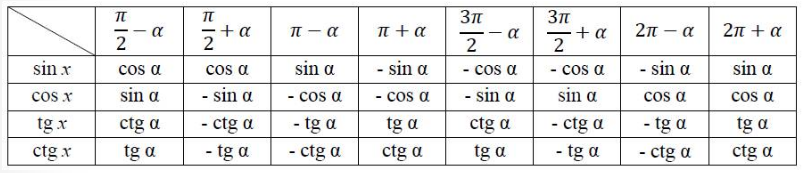
* **Формули зведення для синуса.**
* **Формули зведення для косинуса.**
* **Формули зведення для тангенса і котангенса.**

Формули зведення для тангенса і котангенса випливають із означень цих функцій і відповідних формул для синуса і косинуса.

Наприклад,

Узагальнено формули зведення подані у таблиці 1.

Таблиця 1



Аналізуючи таблицю 1, можна сформулювати таке правило, яке дозволяє краще запам’ятати формули зведення:

* **1) У формулі зведення функція не змінюється, якщо до аргументу додавати або ж , і змінюється (синус на косинус, тангенс на котангенс, косинус на синус, котангенс на тангенс), якщо додавати числа чи**

**2) Одержана функція у правій частині рівності береться з тим самим знаком, який має початкова функція, якщо вважати, що** (якщо умовно вважати кут гострим)

**Розв’язування задач**

**Задача 1**

Відомо, що  **і .** Знайти  **.**

**Розв’язання:**

З тотожності **= 1** знаходимо :

Оскільки **,** то точка розміщена у другій чверті і

тому

Відповідь:

**Задача 2**

Спростити вираз:

**Розв’язання:**

Застосовуючи послідовно рівність  **і** основну тригонометричну тотожність, матимемо:  **.**

Відповідь:

**Задача 3**

Знайти

**Розв’язання:**

Насамперед вираз містить кут або рад. Тому функція змінюється, і у правій частині рівності має стояти **.** Щоб визначити знак перед **,** припускаємо , що кут  **–** гострий. Тоді точка  лежить у третій чверті тригонометричного кола. Але косинус у третій чверті – від’ємний. Тому перед слід поставити знак «-». Отже, **.**

Відповідь:

**Задача 4**

Обчислити: 1) 2)3) 4)

**Розв’язання:**

Для розвязання перших трьох завдань подамо число, яке стоїть під знаком тригонометричної функції, у вигляді суми або різниці чисел і деякого числа, яке менше від , і застосуємо відповідну формулу зведення. Необхідні пояснення наведені при розвязанні задачі 3.

В останньому завданні виділимо з наведеного кута обертання повні оберти, міри яких кратні , їх можна відкинути. Далі застосовуємо формулу зведення.

4**)**

**Задача 5**

Обчислити: 1)  **;** 2)

**Розв’язання:**

Виділимо з аргументу цілу кількість значень **.**

1. )

Відповідь:

**Задача 6**

Обчислити за допомогою формул зведення:

1. **2) tg**

**Розв’язання:**

Подамо задані аргументи так, щоб можна було використати формули зведення (тобто виділимо в аргументі частини, які зображаються на горизонтальному або вертикальному діаметрі одиничного кола).

Наприклад, Звичайно, можна було подати цей аргумент ще й так: і теж використати формули зведення.

**Задача 7**

Зведіть до тригонометричної функції кута :

1. 2)

**Розв’язання:**

1. Маємо:

**Задача 8**

Замініть значення тригонометричної функції значенням функції гострого кута:

**1) 2) 3)**

**Розв’язання:**

**Задача 9**

Обчисліть: **.**

**Розв’язання:**

Маємо:

Тоді, обєднавши попарно множники , які рівновіддалені від кінців добутку,

отримаємо чотири добутки , кожний з яких дорівнює 1.

**Отже,**

**Домашнє завдання:**

1. Обчисліть значення кожної з тригонометричних функцій, якщо:
2. **;**
3. **;**
4. **;**
5. **0**
6. Спростити вираз:
8. **;**
9. **;**
10. **;**
11. **;**
12. Обчисліть за допомогою формул зведення:
13. **2) 3) 4)**

**5); 6); 7) 8).**

**4.** Обчисліть значення виразу:

1) **;**

2) **;**

3) ;

4) **.**